بسم الله الرحمان الرحيم

المستشار في التربية محمد عقوني

تربية رقمية
Digital Education

2024

الرياضيات للثالثة ثانوي

تمارين و حلول

المستشار في التربية
محمد عقوني

الرياضيات للثالثة ثانوي

اهمية الرياضيات للثالثة ثانوي

أهمية الرياضيات للصف الثالث الثانوي: بوابة المستقبل العلمي والعملي

الرياضيات في الصف الثالث الثانوي ليست مجرد مادة دراسية، بل هي أساس متين لبناء مستقبلك الأكاديمي والمهني .تلعب الرياضيات دورًا حيويًا في العديد من المجالات، وتعدّ حجر الزاوية للعديد من التخصصات الجامعية.

لماذا تعتبر الرياضيات مهمة في هذا المرحلة بالذات؟

- تطوير المهارات العقلية :تساعد الرياضيات على تنمية مهارات التفكير النقدي والتحليلي وحل المشكلات، وهي مهارات أساسية في الحياة اليومية وفي أي مجال تختاره.
- الاستعداد للجامعة :معظم التخصصات الجامعية، سواء كانت في العلوم، الهندسة، الطب، الاقتصاد، أو حتى العلوم الإنسانية، تتطلب أساسًا قويًا في الرياضيات.
- فهم العالم من حولك :الرياضيات موجودة في كل مكان حولنا، من الطبيعة إلى التكنولوجيا. فهم المفاهيم الرياضية يساعدك على فهم العالم بشكل أفضل.
- توسيع آفاقك المهنية :الكثير من الوظائف المطلوبة في سوق العمل اليوم تتطلب مهارات رياضية قوية، مثل الهندسة، البرمجة، التحليل المالي، والعلوم.

بناء الثقة بالنفس :تحقيق النجاح في الرياضيات يعزز ثقتك بنفسك وقدراتك على التعلم والتطور.

كيف تستفيد من دراسة الرياضيات في الصف الثالث الثانوي؟

ركز على فهم المفاهيم :لا تحاول فقط حفظ القوانين، بل حاول فهم المعنى الكامن وراء كل مفهوم.

مارس حل المسائل بانتظام :التدريب المستمر هو مفتاح إتقان الرياضيات.

استعن بالمصادر المتاحة :هناك العديد من الكتب والمواقع الإلكترونية التي تقدم شرحًا مفصلاً للمفاهيم الرياضية.

لا تتردد في طلب المساعدة :إذا واجهت صعوبة في فهم أي موضوع، لا تتردد في سؤال معلمك أو زملائك أو البحث عن شرح إضافي.

ربط الرياضيات بالحياة الواقعية :حاول تطبيق المفاهيم الرياضية على مواقف الحياة اليومية.

باختصار، الرياضيات في الصف الثالث الثانوي هي استثمار في مستقبلك. من خلال فهم أهميتها والعمل بجد، ستتمكن من تحقيق النجاح في دراستك وفي حياتك المهنية.

10تمارين محلولة حول الاشتقاقية والاستمرارية

ملاحظة :نظرًا لأن مفهوم الاشتقاقية والاستمرارية يشمل نطاقًا واسعًا من المفاهيم والقواعد، سأقدم لك مجموعة متنوعة من

التمارين التي تغطي جوانب مختلفة من هذا الموضوع. يمكنك اختيار التمارين التي تناسب مستواك ومجال اهتمامك.

التمرين 1:

السؤال: أوجد المشتقة الأولى للدالة التالية: $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$

الحل: باستخدام قواعد الاشتقاق الأساسية: $f'(x) = 6x + 2$

التمرين 2:

السؤال: هل الدالة $f(x) = 1/x$ مستمرة عند النقطة $x = 0$؟ ولماذا؟

الحل: لا، الدالة ليست مستمرة عند $x = 0$ لأن قيمة الدالة غير معرفة عند هذه النقطة.

التمرين 3:

السؤال: أوجد معادلة المماس للمنحنى $y = x^3$ عند النقطة $x = 2$.

الحل: أولاً، نجد ميل المماس وهو يساوي قيمة المشتقة عند النقطة المعطاة: $f'(x) = 3x^2$ $f'(2) = 12$ ثانيًا، نجد قيمة الدالة عند $x = 2$: $f(2) = 8$ باستخدام معادلة المماس: $y - y1 = m(x - x1)$ نحصل على: $y - 8 = 12(x - 2)$ أي: $y = 12x - 16$

التمرين 4:

السؤال :تحقق من استمرارية الدالة $f(x) = \{ x^2$ إذا كان $x \leq 1, 2x$ إذا كان $x > 1 \}$ عند النقطة $x = 1$.

الحل :للتحقق من الاستمرارية، يجب أن تكون النهاية اليسرى تساوي النهاية اليمنى وتساوي قيمة الدالة عند النقطة .نهاية الدالة من اليسار $\lim(x\to1-) x^2 = 1$:نهاية الدالة من اليمين $\lim(x\to1+) 2x = 2$:قيمة الدالة عند $x = 1: f(1) = 1$ بما أن النهاية اليسرى لا تساوي النهاية اليمنى، فإن الدالة غير مستمرة عند $x = 1$.

التمرين 5:

السؤال :أوجد قيم x التي تجعل الدالة $f(x) = x^2 - 4x + 3$ متزايدة.

الحل :الدالة متزايدة عندما تكون المشتقة موجبة - $f'(x) = 2x$. $4 > 0$ حل هذه المتباينة يعطينا $x > 2$. إذن، الدالة متزايدة عندما $x > 2$.

تمارين إضافية:

أوجد المشتقة الثانية للدالة $f(x) = \sin(x)$.

هل الدالة $f(x) = |x|$ قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = 0$ ؟ ولماذا؟

أوجد قيم x التي تجعل الدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ متناقصة.

تحقق من استمرارية الدالة $f(x) = \{ x$ إذا كان $x \leq 0, x^2$ إذا كان $x > 0 \}$ عند النقطة $x = 0$.

أوجد معادلة المماس العمودي للمنحنى $y = x^2 - 4x$.

ملاحظات:

قواعد الاشتقاق الأساسية :يجب أن تكون على دراية بقواعد الاشتقاق الأساسية مثل اشتقاق الدالة الثابتة، والدالة الخطية، والدالة القوة، والدوال المثلثية.

مفهوم الاستمرارية :يجب أن تفهم مفهوم الاستمرارية ونظرياتها الأساسية.

التطبيقات :حاول تطبيق المفاهيم النظرية على أمثلة عملية.

الرسوم البيانية :يمكن للرسوم البيانية أن تساعدك على فهم سلوك الدوال بشكل أفضل.

موارد إضافية:

كتب الرياضيات :هناك العديد من الكتب التي تتناول موضوع الاشتقاقية والاستمرارية بشكل مفصل.

مواقع الإنترنت :هناك العديد من المواقع التي تقدم دروسًا وشروحات وشروحات فيديو حول هذا الموضوع.

تطبيقات الهاتف المحمول :هناك العديد من التطبيقات التي تساعدك على حل المسائل الرياضية.

10تمارين وحلول حول الاشتقاقية والاستمرارية ومبرهنة القيم المتوسطة

ملاحظة :نظرًا لأن حلول هذه التمارين تتطلب رسم بياني أو تفاصيل حسابية قد تكون صعبة العرض بشكل كامل في النص، سأقدم لك هنا أفكارًا للحلول وشروحات مفصلة لكل تمرين. يمكنك استخدام هذه الأفكار لحل التمارين بنفسك أو للتحقق من حلولك.

التمارين:

تحقق من استمرارية الدالة التالية في النقطة:$x=2$

$f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2)$ إذا كان $x \neq 2$

$f(x) = 5$ إذا كان $x = 2$

الحل :الدالة غير مستمرة عند $x=2$ لأن النهاية عند هذه النقطة غير موجودة.

أوجد قيمة الثابت k التي تجعل الدالة التالية مستمرة في كل مجال تعريفها:

$f(x) = kx^2 + 2x - 1$ إذا كان $x \leq 1$

$f(x) = x^3 + k$ إذا كان $x > 1$

الحل :لضمان الاستمرارية عند$x=1$ ، يجب أن تكون قيمة الدالة من اليمين تساوي قيمة الدالة من اليسار عند هذه النقطة.

أوجد جميع النقاط التي تلغي فيها المشتقة للدالة التالية:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

الحل :أوجد المشتقة $f'(x)$ وساويها بالصفر ثم حل المعادلة الناتجة.

استخدم مبرهنة القيم المتوسطة لإيجاد قيمة c التي تحقق الشرط في المعادلة التالية:

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ في الفترة $[1, 3]$

الحل :تحقق من أن الدالة تحقق شروط المبرهنة ثم طبق الصيغة لإيجاد قيمة c.

برهن أن الدالة التالية ليس لها أصفار في الفترة $(0, 1)$:

$f(x) = x^2 + x + 1$

الحل :استخدم مبرهنة رول أو مبرهنة القيم المتوسطة لإثبات ذلك.

أوجد أكبر قيمة وأصغر قيمة للدالة التالية في الفترة المغلقة:

$f(x) = x^3 - 3x$ في الفترة $[-2, 2]$

الحل :أوجد النقاط الحرجة للدالة وقيم الدالة عند هذه النقاط وعند أطراف الفترة.

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند النقطة المعطاة:

$f(x) = \sin(x)$ عند النقطة $(\pi/2, 1)$

الحل :أوجد ميل المماس (أي قيمة المشتقة عند النقطة) واستخدم معادلة المماس.

تحقق من أن الدالة التالية تحقق شروط مبرهنة رول في الفترة المعطاة ثم أوجد جميع النقاط التي تلغي فيها المشتقة:

f(x) = x^3 - 3x في الفترة [-1, 1]

الحل :تحقق من شروط المبرهنة ثم طبقها لإيجاد النقاط.

أوجد قيمة الثابت k التي تجعل الدالة التالية قابلة للاشتقاق في كل مجال تعريفها:

f(x) = kx + 2 إذا كان $x \le 1$

f(x) = x^2 + k إذا كان $x > 1$

الحل :لضمان القابلية للاشتقاق، يجب أن تكون قيمة المشتقة من اليمين تساوي قيمة المشتقة من اليسار عند النقطة التي تتغير عندها تعريف الدالة.

استخدم مبرهنة القيم المتوسطة لإثبات أن الدالة التالية تزايدية في الفترة (0:) ∞ ,

f(x) = x^2 + 1

الحل :أوجد المشتقة ولاحظ إشارتها في الفترة المعطاة.

ملاحظات هامة:

الرسم البياني :الرسم البياني للدالة يساعد بشكل كبير في فهم سلوك الدالة وتحديد النقاط الحرجة والنهايات.

الحسابات :تأكد من إجراء الحسابات بدقة، خاصة عند التعامل مع المشتقات.

التفسيرات :حاول تفسير النتائج التي تحصل عليها وربطها بالخواص الهندسية للدالة.

10تمارين وحلول حول المشتقات المتتابعة

المشتقات المتتابعة هي عملية اشتقاق دالة أكثر من مرة. كل اشتقاق يعطينا مشتقة جديدة للدالة الأصلية.

لنفترض أن لدينا دالة $f(x)$ ، فإن:

المشتقة الأولى $f'(x)$:

المشتقة الثانية $f''(x)$:

المشتقة الثالثة $f'''(x)$:

وهكذا...

أهمية المشتقات المتتابعة:

في الفيزياء :تستخدم لوصف الحركة المتسارعة (مثل التسارع، السرعة اللحظية.)

في الهندسة :تستخدم لدراسة انحناء المنحنيات.

في الاقتصاد :تستخدم لتحليل التغيرات في المعدلات.

تمارين وحلول

التمرين 1:

إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ ، فجد $f''(x)$.

الحل :

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 5$$

$$f''(x) = 6x + 4$$

التمرين 2:

إذا كانت $g(x) = \sin(x) + \cos(x)$ ، فجد $g'''(x)$.

الحل :

$$g'(x) = \cos(x) - \sin(x)$$

$$g''(x) = -\sin(x) - \cos(x)$$

$$g'''(x) = -\cos(x) + \sin(x)$$

التمرين 3:

إذا كانت $h(x) = e^x + \ln(x)$ ، فجد $h''(x)$.

الحل :

$$h'(x) = e^x + 1/x$$

$$h''(x) = e^x - 1/x^2$$

التمرين 4:

إذا كانت $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$ ، فجد $f^{(4)}(x)$ (المشتقة الرابعة)

الحل :

$f'(x) = 4x^3 - 6x + 2$

$f''(x) = 12x^2 - 6$

$f'''(x) = 24x$

$f^{(4)}(x) = 24$

التمرين 5:

إذا كانت $g(x) = \sqrt{x}$ ، فجد $g''(x)$.

الحل :

$g(x) = x^{(1/2)}$

$g'(x) = (1/2)x^{(-1/2)}$

$g''(x) = -(1/4)x^{(-3/2)}$

يمكنك الاستمرار في حل التمارين التالية بنفس الطريقة، مع الانتباه إلى قواعد الاشتقاق الأساسية:

قاعدة الضرب : $(uv)' = u'v + uv'$

قاعدة القسمة : $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$

قاعدة السلسلة : $(f(g(x)))' = f'(g(x)) * g'(x)$

تمارين إضافية:

$f(x) = x^5 - 2x^3 + x$

$g(x) = \tan(x)$

$h(x) = \ln(x^2 + 1)$

$f(x) = e^{(2x)}$

$g(x) = \sin^2(x)$

10تمارين وحلول حول توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية

مقدمة:

تعتبر مشتقات الدوال المثلثية أداة أساسية في تحليل السلوك الرياضي والفيزياوي للعديد من الظواهر الدورية. من خلال حساب المشتقة الأولى للدالة المثلثية، يمكننا تحديد معدل تغير تلك الدالة عند أي نقطة معينة، وبالتالي فهم سلوكها بشكل أفضل.

التمارين والحلول:

المجموعة الأولى: حساب المشتقات

السؤال :أوجد مشتقة الدالة التالية $f(x) = 3\sin(2x) + \cos(x)$:

الحل : $f'(x) = 6\cos(2x) - \sin(x)$

السؤال :أوجد مشتقة الدالة التالية $g(x) = \tan(x) * \sec(x)$:

الحل : $g'(x) = \sec^2(x) * \sec(x) + \tan(x) * \sec(x) * \tan(x) = \sec^3(x) + \tan^2(x) * \sec(x)$

السؤال :أوجد مشتقة الدالة التالية $h(x) = \cot(x) / \cos(x)$:
الحل: $h'(x) = (-\csc^2(x) * \cos(x) - \cot(x) * (-\sin(x))) / \cos^2(x) = (-\csc^2(x) + \sin(x) * \cot(x)) / \cos^2(x)$

المجموعة الثانية: إيجاد قيم قصوى وصغرى

السؤال :أوجد قيم x التي تجعل الدالة $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ لها قيمة قصوى أو صغرى محلية في الفترة $[0, 2\pi]$. الحل: $f'(x) = \cos(x) - \sin(x) = 0$. حل هذه المعادلة يعطي $x = \pi/4$ و $x = 5\pi/4$. بتطبيق اختبار المشتقة الثانية، نجد أن $x = \pi/4$ تمثل قيمة قصوى و $x = 5\pi/4$ تمثل قيمة صغرى.

السؤال :أوجد أكبر قيمة للدالة $g(x) = 2\sin(x) - \cos(2x)$ في الفترة $[0, \pi]$. **الحل**: $g'(x) = 2\cos(x) + 4\sin(2x) = 0$. حل هذه المعادلة صعب تحليليًا، ولكن يمكن استخدام طرق عددية أو آلة حاسبة لإيجاد قيمة x التي تجعل $g'(x) = 0$ في الفترة المحددة. ثم نقارن قيم $g(x)$ عند هذه النقطة ونقاط النهاية للحصول على أكبر قيمة.

المجموعة الثالثة: مسائل تطبيقية

السؤال :تتحرك جسيمة على طول خط مستقيم بحيث يكون موقعها في الزمن t (بالثواني) يعطى بالعلاقة $s(t) = 2\sin(t) + \cos(t)$ (بالأمتار). أوجد سرعة الجسيم عندما يكون $t = \pi/2$. **الحل**: السرعة هي مشتقة المسافة بالنسبة للزمن. $v(t) = s'(t) = 2\cos(t) - \sin(t)$. عند $t = \pi/2$، فإن $v(\pi/2) = -1$ م/ث.

السؤال :تذبذب بندول بزاوية $\alpha(t) = 0.2\cos(2\pi t)$ راديان، حيث t هو الزمن بالثواني. أوجد الزاوية القصوى التي يصل إليها البندول وسرعته الزاوية عندما تكون الزاوية صفر .
الحل :الزاوية القصوى هي سعة الذبذبة وهي 0.2 راديان.
السرعة الزاوية هي مشتقة الزاوية بالنسبة للزمن $\omega(t) =$. $\alpha'(t) = -0.4\pi\sin(2\pi t).$ عندما تكون الزاوية صفرًا، فإن $\sin(2\pi t) = 0$، وبالتالي $\omega(t) = 0$ راديان/ثانية.

المجموعة الرابعة: مسائل متنوعة

السؤال :برهن على أن دالة الجيب هي دالة فردية ودالة جتا هي دالة زوجية باستخدام المشتقات. **الحل:** نستخدم تعريف الدوال الفردية والزوجية ونطبق قواعد اشتقاق الدوال المثلثية.

السؤال :أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \tan(x)$ عند النقطة $x = \pi/4$. **الحل:** نجد ميل المماس عن طريق حساب المشتقة عند النقطة المعطاة، ثم نستخدم معادلة خط مستقيم لإيجاد معادلة المماس.

السؤال :أوجد نقاط الانعطاف لمنحنى الدالة $g(x) = x + \sin(x)$. الحل: نجد المشتقة الثانية للدالة ونعادلها بالصفر لحل المعادلة. النقاط التي نحصل عليها هي نقاط الانعطاف المحتملة.

التمرينات:

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى وخطية:

$$y' + 2y = x$$

الحل العام: $y = Ce^{(-2x)} + (1/2)x - (1/4)$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى وقابلة للفصل:

$$y' = xy/(x^2 + 1)$$

الحل العام: $y = C \cdot \sqrt{x^2 + 1}$

معادلة تفاضلية متجانسة:

$$y' = (y-x)/(y+x)$$

الحل العام: $\ln|y+\sqrt{x^2+y^2}| = x + C$

معادلة برنولي:

$$y' + y = y^2$$

الحل العام: $y = 1/(1 + Ce^{(-x)})$

معادلة تفاضلية ذات معاملات ثابتة:

$$y'' + 4y = 0$$

الحل العام: $y = C_1\cos(2x) + C_2\sin(2x)$

معادلة تفاضلية غير متجانسة:

$$y'' + 2y' + y = e^x$$

الحل العام: $y = (C1 + C2*x)*e^{(-x)} + (1/2)*e^{x}$

معادلة تفاضلية خطية من الرتبة الثانية:

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

الحل العام: $y = C1e^{x} + C2e^{(2x)}$

معادلة تفاضلية باستخدام تحويل لابلاس:

$$y'' + y = \sin(t),\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$$

الحل العام: $y = (1/2)t\sin(t) + \cos(t)$

معادلة تفاضلية باستخدام طريقة التغاير في المعاملات:

$$y'' - y = x^2$$

الحل العام: $y = C1e^{x} + C2e^{(-x)} - x^2 - 2$

معادلة تفاضلية باستخدام متسلسلات القوى:

$$y'' - xy = 0$$

الحل العام: سلسلة قوى حول النقطة ($x=0$)

10تمارين وحلول حول الدالة الأسية

الدالة الأسية هي دالة رياضية تأخذ الشكل العام:

f(x) = a^x

حيث:

a:قاعدة الأسية (عدد موجب لا يساوي 1.)

x:الأس أو المتغير المستقل.

خصائص الدالة الأسية:

المجال :جميع الأعداد الحقيقية.(ℝ)

المدى :الأعداد الحقيقية الموجبة.(ℝ+)

التزايد :إذا كانت القاعدة$a > 1$ ، فإن الدالة تزايدية.

التناقص :إذا كانت $0 < a < 1$، فإن الدالة تناقصية.

تقطع المحور y عند النقطة (0, 1)

التطبيقات:

النمو السكاني.

الاضمحلال الإشعاعي.

الفائدة المركبة.

نمو البكتيريا.

التمارين والحلول:

1.ارسم بيانيا الدالة. $f(x) = 2^x$

الحل :

حدد بعض النقاط مثل (0, 1), (1, 2), (-1, 0.5).

ارسم منحنى سلس يمر بهذه النقاط.

لاحظ أن الدالة تزايدية وتقطع المحور y عند النقطة (0, 1).

2.حل المعادلة $3^x = 27$.

الحل :

بما أن $27 = 3^3$، فإن المعادلة تصبح $3^x = 3^3$.

وبالتالي، $x = 3$.

3.أوجد قيمة f(2) إذا كانت $f(x) = (1/2)^x$.

الحل :

$f(2) = (1/2)^2 = 1/4$.

4.قارن بين قيمتي f(3) و f(4) إذا كانت $f(x) = 5^x$.

الحل :

بما أن الدالة تزايدية، فإن $f(4) > f(3)$.

5.حل المتباينة $2^x > 8$.

الحل :

بما أن 8 = 3^2، فإن المتباينة تصبح 2^3.2 < ^x

وبالتالي، x > 3.

6.أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة 1/16.4 = ^x

الحل :

بما أن 1/16 = 4^-2، فإن المعادلة تصبح 4^-2.4 = ^x

وبالتالي، x = -2.

7.إذا كانتf(x) = e^x ، أوجد قيمة.f'(x)

الحل :

مشتقة الدالة الأسية الطبيعية e^x هي نفسها.e^x

إذن، f'(x) = e^x.

8.حل المعادلة 16.2 = ^(x+1)

الحل :

بما أن 16 = 4^2، فإن المعادلة تصبح 2 = ^(x+1)
2^4.

وبالتالي، x+1 = 4، ومنه.x = 3

9.أوجد مجال ومدى الدالة.f(x) = 3^(x-2)

الحل :

المجال: جميع الأعداد الحقيقية (ℝ).

المدى: الأعداد الحقيقية الموجبة (ℝ+).

10. حل المتباينة $(1/3)^x \le 9$.

الحل :

بما أن $9 = (1/3)^{-2}$، فإن المتباينة تصبح $(1/3)^x \le (1/3)^{-2}$.

وبالتالي، $x \ge -2$.

10 تمارين وحلول حول حل المعادلات والمتراجحات باستخدام خواص الدالة الأسية

ملاحظة: نظرًا لأنني نموذج لغوي، لا يمكنني عرض حلول مكتوبة بخط اليد. سأقدم لك الحلول مكتوبة نصيًا، مع شرح مفصل لكل خطوة. يمكنك استخدام هذه الحلول كمرجع للتحقق من إجاباتك وفهم المبادئ بشكل أفضل.

الخواص الأساسية للدالة الأسية التي سنستخدمها:

إذا كان $a > 1$:

$$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$$

$$a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$$

إذا كان $0 < a < 1$:

$$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$$

$a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$

التمرينات:

حل المعادلة $2^{(x+1)} = 8$:

الحل $2^{(x+1)} = 2^3 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$:

حل المتراجحة $3^x > 27$:

الحل $3^x > 3^3 \Rightarrow x > 3$:

حل المتراجحة $(1/2)^x \leq 1/8$:

الحل $(1/2)^x \leq (1/2)^3 \Rightarrow x \geq 3$:

حل المعادلة $5^{(2x-1)} = 125$:

الحل $5^{(2x-1)} = 5^3 \Rightarrow 2x-1 = 3 \Rightarrow x = 2$:

حل المتراجحة $(0.5)^x > 0.125$:

الحل $(0.5)^x > (0.5)^3 \Rightarrow x < 3$:

حل المعادلة $4^{(x+2)} = 16^{(x-1)}$:

الحل $4^{(x+2)} = (4^2)^{(x-1)} \Rightarrow 4^{(x+2)} =$:
$4^{(2x-2)} \Rightarrow x+2 = 2x-2 \Rightarrow x = 4$

حل المتراجحة $2^{(3x-1)} \leq 8^{(x+2)}$:

الحل $2^{(3x-1)} \leq (2^3)^{(x+2)} \Rightarrow 2^{(3x-1)} \leq$:
$2^{(3x+6)} \Rightarrow 3x-1 \leq 3x+6$ (لا يوجد حل، حيث
المتراجحة غير صحيحة لكل قيمة لـ x)

حل المعادلة $9^x = 3^{(x+2)}$ **:**

الحل $(3^2)^x = 3^{(x+2)} \Rightarrow 3^{(2x)} = 3^{(x+2)} \Rightarrow 2x = x+2 \Rightarrow x = 2$ **:**

حل المتراجحة $(1/3)^x > 9$ **:**

الحل $(1/3)^x > (3^2) \Rightarrow (3^{-1})^x > 3^2 \Rightarrow 3^{(-x)} > 3^2 \Rightarrow -x > 2 \Rightarrow x < -2$ **:**

حل المعادلة $5^{(2x+1)} = \sqrt{5}$ **:**

الحل $5^{(2x+1)} = 5^{(1/2)} \Rightarrow 2x+1 = 1/2 \Rightarrow x = -1/4$ **:**

ملاحظات هامة:

تذكر : الأساس في الدالة الأسية يجب أن يكون عددًا موجبًا مختلفًا عن 1.

استخدم خواص الأسس لتبسيط المعادلات والمتراجحات.

قم بجمع أو طرح الأسس عندما يكون الأساس متساويًا.

عندما يكون الأساس أقل من 1، تتغير اتجاه المتراجحة.

10تمارين وحلول لتطبيق خواص الدالة الأسية

مقدمة:

الدوال الأسية تلعب دورًا هامًا في العديد من المجالات العلمية والهندسية. فهم خواصها وتطبيقها يساعد على حل مجموعة واسعة من المسائل. في هذه التمارين، سنتناول بعض الخواص الأساسية للدوال الأسية وكيفية تطبيقها.

الخواص الأساسية للدالة الأسية:

a^m * a^n = a^(m+n)

(a^m)^n = a^(m*n)

a^0 = 1

a^(-n) = 1/a^n

(a/b)^n = a^n / b^n

التمارين والحلول:

بسّط العبارة الآتية:

2^3 * 2^4

الحل: 2^(3+4) = 2^7 = 128

بسّط العبارة الآتية:

(3^2)^3

الحل: 3^(2*3) = 3^6 = 729

أوجد قيمة العبارة الآتية:

5^0

الحل (1 **:**أي عدد أس صفر يساوي 1)

بسّط العبارة الآتية:

$4^{(-2)}$

الحل $1/4^2 = 1/16$ **:**

بسّط العبارة الآتية:

$(2/3)^3$

الحل $2^3 / 3^3 = 8/27$ **:**

حل المعادلة الآتية:

$2^x = 16$

الحل :بما أن $4^2 = 16$، إذن $x = 4$

حل المعادلة الآتية:

$3^{(x+1)} = 27$

الحل :بما أن $3^3 = 27$، إذن $x+1 = 3$ ، وبالتالي $x = 2$

أوجد قيمة x في المعادلة الآتية:

$(1/2)^x = 8$

الحل :يمكن كتابة 8 على شكل $(1/2)^{(-3)}$، إذن $x = -3$

بسّط العبارة الآتية:

(a^2 * b^3)^4

الحل: a^(2*4) * b^(3*4) = a^8 * b^12 :

حل المعادلة الآتية:

4^x * 2^(x+1) = 32

الحل :يمكن كتابة 4 على شكل 2^2، وبالتالي المعادلة تصبح 2^(2x) * 2^(x+1) = 2^5. وبالتالي، 2x + 1 = 5، ومنها 3x = 4، إذن x = 4/3

10تمارين وحلول حول الدوال اللوغاريتمية

أهلاً بك! سأقدم لك 10 تمارين متنوعة حول الدوال اللوغاريتمية مع حلولها التفصيلية لمساعدتك في فهم هذه الدوال وتطبيقها بشكل أفضل.

ملاحظة :قبل البدء في حل هذه التمارين، تأكد من إتقانك للخصائص الأساسية للدوال اللوغاريتمية والقوانين المرتبطة بها.

التمارين:

بسّط العبارة التالية:

$\log_2 8 + \log_2 16$

الحل: $\log_2 (8*16) = \log_2 128 = 7$:

أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة:

$\log_3 (x+2) = 2$

الحل: $3^2 = x+2 \rightarrow x = 7$

أوجد مجال الدالة:

$f(x) = \ln(x-3)$

الحل: $x-3 > 0 \rightarrow x > 3$؛ إذن المجال هو $]3, +\infty[$

أوجد مشتقة الدالة:

$f(x) = \log_5 x$

الحل: $f'(x) = 1/(x*\ln5)$

حل المتباينة:

$\log_2 x \leq 3$

الحل: $0 < x \leq 2^3 \rightarrow 0 < x \leq 8$

أوجد قيمة التعبير:

$e^{\wedge}(\ln7)$

الحل: $e^{\wedge}(\ln7) = 7$

أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة:

$\log_4 x + \log_4 (x-3) = 2$

الحل x → $\log_4 (x*(x-3)) = 2 \rightarrow x^2 - 3x - 16 = 0$:
(4 =القيمة السالبة غير مقبولة في لوغاريتم العدد الحقيقي)

رسم بياني للدالة:

$f(x) = \ln(x+1)$

الحل :ارسم البيان يدوياً أو باستخدام برنامج رسم بياني، مع مراعاة المجال والتزايد والتناقص.

حل المسألة التطبيقية:

إذا كان نمو عدد البكتيريا يتبع القانون = $N(t)$ $1000e^{(0.02t)}$حيث t الزمن بالساعات، فكم تستغرق البكتيريا لتصل إلى 2000 بكتيريا؟

الحل t → $2000 = 1000e^{(0.02t)} \rightarrow \ln 2 = 0.02t$:
34.66 ≈ساعة

إثبات هوية:

$\ln(a/b) = \ln(a) - \ln(b)$

الحل :استخدم تعريف اللوغاريتم وخصائص الأسس لإثبات هذه الهوية.


الرئيسية
بـحـث
القائمة
حمل كتب المستشار في التربية محمد عقوني من مكتبة نور مجانا
مكتبة نور
مكتبة نور
عقوني محمد